le quantità cui sono proporzionali le n', p', q',

r', si trova dH' OH' dH'

dH'

Dunque il piano polare del punto (n', p', q', r') rispetto alla iperboloide £T=o è quello rappresentato dall'equazione (13), ossia è di nuovo il piano passante pei punti di contatto della cubica gobba colle tre tangenti che determinano l'iperboloide $H=o$ (altrimenti detto il piano focale del punto cui corrisponde questo iperboloide).

Di qui risulta che il punto («,^,5, r) insieme col suo piano focale (13) forma, rispetto all'iperboloide che gli corrisponde, una figura polare reciproca di quella composta del punto (V, p', q', r') e del suo piano focale (14). E conseguentemente la congiungente dei due punti e la comune sezione dei due piani sono due rette reciproche, tanto rispetto alla cubica, quanto rispetto all'iperboloide. Osserviamo ancora che i tre piani osculatori passanti per . il punto (w, j>, q, r) sono tangenti all'iperboloide, poiché ciascun d'essi contiene una sua generatrice : dunque il piano focale del punto («',£', q'>r'*) può riguardarsi come individuato dai punti di contatto dell'iperboloide coi piani osculatori nei tre punti comuni a questo ed alla cubica, epperò sega l'iperboloide secondo una conica che è inscritta nel triangolo formato dalle sue intersezioni coi detti tre piani osculatori.

Ora consideriamo la cosa da uà altro aspetto. L'equazione (14) definisce, per ogni dato piano (13) (avente il fuoco nel punto di coordinate $n'.p'.qir'$), un certo altro piano, che si può riguardare come ad esso corrispondente. Abbiamo già notato che questo secondo piano non è altro che il piano polare del fuoco del primo, rispetto alla svilupparle osculatrice. Ora il piano (14) è tale che, cercandone colla stessa legge il corrispondente, si ritrova di nuovo il primitivo piano (13). Infatti poniamo

, i dA ,_ i <3A , i dA , i 5A
r — ~T~ ~àT~ > ~~~ 3 ? — — ~^T~ > 3 P — —
2 2 2

e rappresentiamo con A' ciò che diventa A quando le n, p, q, r si mutano nelle n', p', q', r'. Da un teorema di EISENSTEIN *), dimostrato e generalizzato dal prof. BRIOSCHI **), si ricava che le relazioni precedenti danno luogo alle seguenti forinole inverse :

1 5A' A* * I 5A' A2 i 3A' A2
^— -, — . -- ^—T- , . -- ^—r- , — . '
-- ^—7-
A |n = -- ^— -, A . r = — A . 3 p = -- ^—T- , A . 3 q = -- ^—r- ,

*) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. XXVII (1844), pag. 105. **) Annali di Scienze Matematiche e Fisiche (del TORTOLINI), t. V (1854), pag. 409.